ZAMONAVIY IQTISODIYOT VA INTELLEKTUAL TEXNOLOGIYALAR
Ilmiy-uslubiy elektron jurnali — Sharq universiteti
ISSN: 3093-9062 Vol. 1 No. 1 (2026)

DOIMIY BO‘LMAGAN KUCH TASIRIDA DEFORMATSIYALANUVCHAN STANDART CHIZIQLI QATTIQ (STANDARD LINEAR SOLID MODEL, SLS) MODEL ISHLAB CHIQISH

Rustamova Ruxsora Kamtar qizi, magistrant,
Navoiy davlat universiteti,
E-mail: oktamovaruxsora635@gmail.com
DOI: https://doi.org/10.66493/en0e7j11

Annotatsiya: Ushbu ishda yopishqoq-elastik muhitlarnig mexanik xatti-harakatini tavsiflovchi Standard Linear Solid (Standart chiziqli qattiq) modeli o‘rganilgan. SLS modeli ikki xil bo‘lib, ular elastiklik kompanenti va demfer yordamida elastik va yopishqoqlik xususiyatlarni hisobga oladi. Maqolada modelning matematik tavsifi, Maxwell elementiga asoslangan tenglamasi va uning chiziqli ravishda ortuvchi kuchlanish tasirining yechimlari ko‘rib chiqilgan. Shuningdek, deformatsiyaning vaqtga bog‘liqligi eksponensial funksiyalar orqali ifodalanadi. Tadqiqot natijalari muhitlarnik mexanik xatti-harakatini modellashtirishda amaliy qo‘llanilishi mumkinligini keltirilgan.

Аннотация: В данной работе исследуется механическое поведение вязкоупругих сред с использованием модели Standard Linear Solid (SLS). Модель SLS представлена в двух вариантах, учитывающих упругие свойства и вязкость через комбинацию упругого элемента и демпфера. В статье рассмотрены математическое описание модели, уравнение на основе элемента Максвелла, а также решения при линейно возрастающем напряжении. Кроме того, зависимость деформации от времени выражена через экспоненциальные функции. Результаты исследования демонстрируют практическую применимость модели для моделирования механического поведения сложных сред.

© Sharq universiteti, 2026

ISSN: 3093-9062 Vol. 1 No. 1 (2026)

Abstract: This study investigates the mechanical behavior of viscoelastic media using the Standard Linear Solid (SLS) model. The SLS model is presented in two variants, incorporating elastic properties and viscosity through a combination of an elastic element and a damper. The paper discusses the mathematical description of the model, the Maxwell element-based equation, and solutions under linearly increasing stress. Furthermore, the time-dependence of strain is expressed using exponential functions. The results demonstrate the practical applicability of the model for simulating the mechanical behavior of complex media.

Kalit so‘zlar: Yopishqoqlik, Standart chiziqli qattiq model (SLS), Maksvell modeli, Kelvin-Voigt modeli, elastiklik moduli, yopishqoqlik koeffitsenti, deformatsiya, differensial tenglamala

Ключевые слова: Вязкость, Модель Standard Linear Solid (SLS), Модель Максвелла, Модель Кельвина–Войта, Модуль упругости, Коэффициент вязкости, Деформация, Дифференциальные уравнения.

Keywords: Viscosity, Standard Linear Solid (SLS) model, Maxwell model, Kelvin–Voigt model, Elastic modulus, Viscosity coefficient, Strain, Differential equations.

Kirish

Deformatsiyalanuvchan qattiq jismlar, suyuqlik va gaz mexanikasi hamda ko‘p fazali muhitlar mexanikasi zamonaviy sanoat va muhandislik jarayonlarida muhim o‘rin tutadi. Ayniqsa, murakkab reologiyali yopishqoq-elastik muhitlarning xatti-harakatini o‘rganish gidrotransport tizimlari, burg‘ulash va neft-gaz qazib olish jarayonlarida katta amaliy ahamiyatga ega. Bunday muhitlar deformatsiyaga vaqtga bog‘liq ravishda javob beradi va ularni klassik elastik yoki sof yopishqoq modellar bilan to‘liq tavsiflab bo‘lmaydi.

Shu sababli kombinatsiyalangan reologik modellar qo‘llaniladi. Ulardan biri — SLS (Standard Linear Solid) modeli bo‘lib, u James Clerk Maxwell modeli hamda

DOI: https://doi.org/10.66493/en0e7j11
© Sharq universiteti, 2026

ISSN: 3093-9062 Vol. 1 No. 1 (2026)

William Thomson, 1st Baron Kelvin – Woldemar Voigt modeli elementlari asosida tuzilgan. Ushbu model vaqtga bog‘liq deformatsiya va relaksatsiya jarayonlarini birgalikda tavsiflaydi.

Mazkur maqolaning maqsadi — SLS modeli asosida yopishqoq-elastik muhitlarning deformatsiya jarayonini nazariy va sonli usullar yordamida tahlil qilish hamda model parametrlarining relaksatsiya tezligiga ta’sirini aniqlashdir. Ish davomida differensial tenglama keltirib chiqariladi, chiziqli ortuvchi kuchlanish holati uchun analitik yechim olindi va funksiya grafigi orqali parametrik tahlili amalga oshiriladi. Olingan natijalar model parametrlarining deformatsiya so‘nish tezligiga sezilarli ta’sir ko‘rsatishini tasdiqlaydi va amaliy muhandislik masalalarida material xususiyatlarini baholashda qo‘llanishi mumkin.

Adabiyotlar tahlili

Mualliflarning [1,5,9] ishlarida asosan SLS ning defferinsial tenglamalari va ularni turli shartlar asosida aniq yechimini keltirib o‘tishgan. Ayniqsa boshlang‘ich shartlar asosida aniq yechimlar ko‘rsatilgan. Bundan tashqari ish doirasida masalalar sonli usullar yordamida oraliq qiymatlarni topish va qaysi parameter ko‘proq o‘zgarishga sabab bo‘layotgani keltirib o‘tilgan.

[7] monografiyada esa tarkibida qattiq zarrachalar mavjud bo‘lgan ko‘p fazali suyuqliklarni kuch tasirida deformatsiyalanishining yandi xossasi orqali gidrotransport jarayoni o‘rganilgan. Unga ko‘ra girdotransport jarayoni nafaqat zarrachalarning ko‘chishi balki mollarni ham ko‘chishi nazariy asoslanib, keltirib chiqarilgan.

Sonli tahlil tadqiqot jarayonida muhim sanaladi, shu sababli mualliflarning [2] ishida turli sonli tadqiqot usullari batafsil yoritilgan. Qolaversa defferinsial tenglamalarni sonli tadqiq qilish uchun alohida 2 ta bob va takrorlash uchun amaliy masalalar keltirilgan. Keltirib o‘tilgan ishlardan bazilari yo‘nalishlarda foydalanish uchun ularga ayrim qo‘shimchalar qo‘shish va izohlar berilishi kerak deb hisobladik

DOI: https://doi.org/10.66493/en0e7j11
© Sharq universiteti, 2026

ISSN: 3093-9062 Vol. 1 No. 1 (2026)

va ushbu maqola keng ommoga foydali bo‘ladigan qo‘shimchalarni keltirib o‘tdik, Biz mualliflar mazkur maqola ilmiy jamoatchilik uchun foydali bo‘ladi, deb umid bildiradilar.

Tadqiqot metodologiyasi

SLS – bu yopishqoq muhirlarning mexanik javobini ifodalovchi model bo‘lib, Maksvell va Kelvin-Voigt modellari kombinatsiyasidan iborat. U elastik va yopishqoq (qovushqoq) xususiyatlarni hisobga olgan holda kuchlanish va deformatsiya o‘rtasidagi bog‘lanishni tavsiflaydi. Bu model yopishqoq va elastik o‘zgarishlarni birgalikda tavsiflagani uchun ko‘plab muhandislik va ilmiy tadqiqot sohalarida ishlatiladi[1,4,5,9].

SLS modeli ikkita prujina va bitta dempferdan (yopishqoq elementdan) iborat: Elastik prujina (E_1) – Bu element kuch ta’sir qilishi bilan darhol deformatsiyaga uchraydi va kuch tasiri olib tashlangandan so‘ng asl holatiga qaytadi. Maksvell elementi (E_2) – Bu qism bitta prujina (E_2) va bitta dempferlar (yopishqoq elementdan) seriyasidan (ketma-ketligidan) iborat bo‘ladi. Bu element vaqt o‘tishi bilan deformatsiya qiladi va tiklanishi ham vaqt talab qiladi[1-4].

Modelining xususiyatlari

Darhol javob beruvchi elastik qismi (prujina E_1) kuch ta’sir qilganda tez deformatsiyalanadi. Vaqtga bog‘liq javob beruvchi Viskoelastik qismi esa (Maksvell elementi – E_2) vaqt o‘tishi bilan kechikib reaktsiya qiladi.

SLS modelining asosiy xususiyatlaridan biri shu-ki[1,5,7]:

- Kelvin-Voigt modeli – faqat vaqt o‘tishi bilan deformatsiyalanadi.
- Maksvell modeli – kuchlanish bir tekis taqsimlanganda deformatsiya davom etadi.
- SLS modelida esa – ikkala jarayonni ham o‘z ichiga oladi va real materiallar xatti-harakatiga yaqin natijalar beradi.

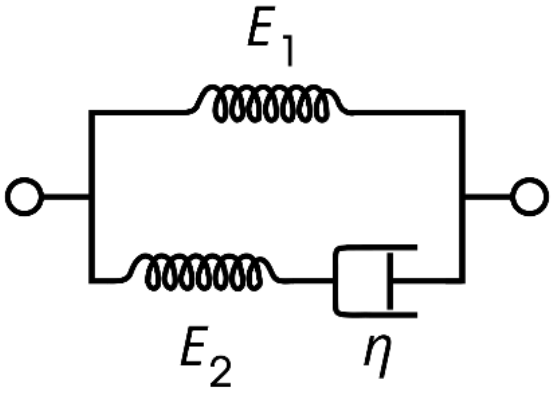
DOI: https://doi.org/10.66493/en0e7j11
© Sharq universiteti, 2026

ISSN: 3093-9062 Vol. 1 No. 1 (2026)

Metodlar

SLS ning ikki turdagi tenglamasi mavjud bo‘lib har ikkalasi ham materialning turiga bog‘liq ravishda tadqiqodchilarning tajribalariga ko‘ra tanlanadi. Hozirgi kunga kelib zamonaviy usullar va modellar topilganini hisobga oladigan bo‘lsak, ularning barchasining asosida ushbu modellar yotadi deyish to‘g‘ri bo‘ladi. Har ikkala tenglamasini isbotlash yangi modellarni topishda muhim rol o‘ynaydi. Ushbu maqolada tenglamalarni keltirib chiqarish va tenglamalardan natijalar olish va AKT dan foydalanish orqali natijallar tahlilini ko‘rib chiqiladi. Dastlab Maxwell modeliga asoslangan SLS ni ko‘rib chiqamiz.

Birinchi rasmda ikkita elastik prujina va bitta dempferdan iborat bo‘lgan SLS keltirilgan. Bu modelni Maxwell modeliga asoslangan deyishimizning asosiy sababi pastgi qismi Maxwell modelidan tashkel topganidadir.



Maxwell modeliga asosan

$$\frac{\dot{\sigma}}{E_2} + \frac{\sigma}{\mu} = \dot{\varepsilon} \tag{1}$$

SLS da deformatsiya bir xil bo‘ladi, kuchlanishlar esa parallel bo‘lganligi tufayli tarmoqlar bo‘yicha taqsimlanadi.

$$\varepsilon_u = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \;\; va \quad \sigma_u = \sigma_1 + \sigma_2 \tag{2}$$

Bu tenglamalar sestemasini yechish uchun quyidagilarni topamiz.

DOI: https://doi.org/10.66493/en0e7j11
© Sharq universiteti, 2026

ISSN: 3093-9062 Vol. 1 No. 1 (2026)

$$\sigma_1 = E_1\,\varepsilon_1 \tag{3}$$

$$\frac{\dot{\sigma_2}}{E_2} + \frac{\sigma_2}{\mu} = \dot{\varepsilon_2} \quad Maxwell\ modeli \tag{4}$$

$$\sigma_u - \sigma_1 = \sigma_2 \tag{5}$$

Agar (5) formulani (4) ga qo‘llasak quyidagi natijani olamiz.

$$\frac{\dot{\sigma_u}-\dot{\sigma_1}}{E_2} + \frac{\sigma_u-\sigma_1}{\mu} = \dot{\varepsilon_2} \tag{6}$$

(6) ga (3) ni qo‘llab

$$\frac{\dot{\sigma_u}-E_1\,\dot{\varepsilon_1}}{E_2} + \frac{\sigma_u-E_1\,\varepsilon_1}{\mu} = \dot{\varepsilon_2} \tag{7}$$

(2) sistemadagi $\varepsilon_u = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$ ga asosan (7) formulani quyidagi ko‘rinishda yozib olamiz.

$$\frac{\dot{\sigma_u}-E_1\,\dot{\varepsilon_u}}{E_2} + \frac{\sigma_u-E_1\,\varepsilon_u}{\mu} = \dot{\varepsilon_u} \tag{8}$$

Bu esa o‘z navbatida umumiy kuchlanish va umumiy deformatsiya orasidagi bog‘lanishni tavsiflovchi tenglama bo‘ladi.

Qulaylik uchun (8) tenglamani kanonik ko‘rinishda yozib olamiz.

$$\sigma + \frac{\mu}{E_2}\dot{\sigma} = E_1\varepsilon + \frac{\mu(E_2+E_1)}{E_2}\dot{\varepsilon} \tag{9}$$

Tahlil va natijalar

Masalani qo‘yilishi

Kerakli almashtirishlarni bajarganimizdan so‘ng (9) tenglamaga ega bo‘ldik. Bu tenglamada kuchlanish va deformatsiya orasidagi bog‘lanish differinsial ko‘rinishda bo‘lib, eng oddiy $\sigma = at + b$ bo‘lgan holatni ko‘rib chiqamiz.

Agar kuchlanish $\sigma = at + b$ bo‘lsa $(\dot{\sigma} = a)$ bo‘ladi, tenglama esa quyidagicha yoziladi:

DOI: https://doi.org/10.66493/en0e7j11
© Sharq universiteti, 2026

ISSN: 3093-9062 Vol. 1 No. 1 (2026)

$$at + b + \frac{\mu}{E_2}a = E_1\varepsilon + \frac{\mu(E_2 + E_1)}{E_2}\dot{\varepsilon}$$

Bu oddiy birinchi tartibli differensial tenglama bo‘lib, uni ε(t) bo‘yicha yechish mumkin.

$$\dot{\varepsilon} + \frac{(E_2E_1)}{\mu(E_2 + E_1)}\varepsilon = \frac{(E_2)}{\mu(E_2 + E_1)}(a\left(t + \frac{\mu}{E_2}\right) + b)$$

Bu birinchi tartibli defferinsial tenglama:

$$\dot{\varepsilon} + P\,\varepsilon = Q(t)$$

Bu yerda:

$$P = \frac{(E_2E_1)}{\mu(E_2 + E_1)};\quad va\quad Q(t) = \frac{(E_2)}{\mu(E_2 + E_1)}(a\left(t + \frac{\mu}{E_2}\right) + b)$$

Bu turda defferinsial tenglamani to‘la defferinsial ko‘rinishga keltirish orqali yechamiz, yani integrallovchi ko‘paytuvchi kiritamiz.

$$\mu(t) = e^{\int P dt} = e^{Pt} \qquad P = const$$

$$\varepsilon(t) = e^{-Pt}\left[\int Q(t)\,e^{Pt}dt + C\right]$$

Berilganlarni o‘rniga qo‘yib integralni hisoblasak.

$$\varepsilon(t) = \frac{a(E_2)}{\mu(E_2 + E_1)P}t + \frac{a + b}{(E_2 + E_1)P} - \frac{a(E_2)}{\mu(E_2 + E_1)P^2} + Ce^{-Pt}$$

$$\varepsilon(t) = e^{-Pt}\int_0^t Q(s)\,e^{Ps}ds + Ce^{-Pt}$$

Berilgan $\varepsilon(t) = 0$ boshlang‘ich shart uchun:

$$\varepsilon(t) = C = 0$$

bo‘ladi. Demak $\varepsilon(t) = e^{-Pt}\int_0^t Q(s)\,e^{Ps}ds$

DOI: https://doi.org/10.66493/en0e7j11
© Sharq universiteti, 2026

ISSN: 3093-9062 Vol. 1 No. 1 (2026)

Integralni hisoblab quyidagini topamiz.

$$\varepsilon(t) = \frac{a(E_2)}{\mu(E_2 + E_1)P}t + \frac{1}{(E_2 + E_1)P}\left(a + b - \frac{aE_2}{P\mu}\right)(1 - e^{-Pt})$$

Oxirgi tenglamaning ikki muhim qismi mavjud. Ular $\varepsilon(t) = Ct$ chiziqli qismi va $\varepsilon(t) = C(1 - e^{-Pt})$ darajali qismlaridir. Bunday yechim muhitning yopishqoq-elastik xatti xarakatli ekanini ifodalaydi.

Xulosa va takliflar

Mazkur ishda yopishqoq-elastik muhitlarning deformatsiya jarayoni SLS (Standard Linear Solid) modeli asosida nazariy jihatdan tahlil qilindi. Maxwell va Kelvin–Voigt elementlarining kombinatsiyasidan tashkil topgan model uchun umumiy differensial tenglama keltirib chiqarildi hamda chiziqli ortuvchi kuchlanish holati uchun analitik yechim olindi. Olingan yechim ikki tarkibiy qismdan — chiziqli o‘suvchi had va eksponentsial so‘nuvchi hadlardan iborat ekani ko‘rsatildi. Bu natija SLS modelining yopishqoq va elastik xususiyatlarni bir vaqtda aks ettira olishini tasdiqlaydi.

Tadqiqot natijalari yopishqoq-elastik materiallarning real xatti-harakatini baholashda, shuningdek gidrotransport, neft-gaz qazib olish va boshqa muhandislik jarayonlarida qo‘llaniladigan matematik modellarni takomillashtirishda amaliy ahamiyatga ega. Kelgusida ushbu modelni murakkab yuklanish qonunlari va ko‘p o‘lchovli holatlar uchun umumlashtirish istiqbolli yo‘nalishlardan biri hisoblanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

[1] Maksvell modeli va Kelvin-Voigt modeli haqida materiallar:

[2] https://en.wikipedia.org/wiki/Maxwell_material

[3] https://en.wikipedia.org/wiki/Kelvin%E2%80%93Voigt_material

DOI: https://doi.org/10.66493/en0e7j11
© Sharq universiteti, 2026

ISSN: 3093-9062 Vol. 1 No. 1 (2026)

[4] C.C. Irisqulov, K.D. Ismanova, M.Olimov, A.Imomov. SONLI USULLAR VA ALGORITMLAR (o‘quv qo‘llanma) Namangan” nashriyoti 2013

[5] Lakes, R. S. (2009). Viscoelastic Materials. Cambridge University Press.

[6] Maxwell, J. C. (1867). "On the Dynamical Theory of Gases." Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 157, 49–88.

[7] Voigt, W. (1890). "Über die Beziehung zwischen den beiden Elasticitätsconstanten isotroper Körper." Annalen der Physik, 274(12), 573–587.

[8] Хусанов И.Н., Мирзоев А.А., Ходжаев Я.Д. Деформация и течение одно - и многофазных сред. Монография. Издательство «МУХРПРЕСС». Ташкент. 2020. 220 с.

[9] Мирзоев А.А. Моделирование течения многофазных сред со сложной реологической структурой. Монография. Бухара «Дурдона» 2024. 168 с.

[10] Ahmadov Ilhom. Ravshanova Bahora ОПЫТ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО ЗАКОНУ СТОКСА https://doi.org/10.5281/zenodo.18160637

[11] Ahmadov Ilhom. Ziyodinov Shahzod. UZLUKSIZ FUNKSIYALAR VA KUBIK SPLAYN INTERPOLYATSIYASI https://doi.org/10.5281/zenodo.18219773

[12] Астарита, Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей: Пер. с англ. под ред. Ю.А. Буевича. М.: Мир, 1978. 310 с.

[13] Айнола Л.Я., Коппель Т.Я., Ламб Ю.Ю. О критериях перехода ламинарной формы течения в турбулентную при разгонном движении жидкости в круглой трубе. Труды Таллин. политехн. ин-та, 1981, № 505, с.17-29.

DOI: https://doi.org/10.66493/en0e7j11
© Sharq universiteti, 2026